

Geometrie

Aufgabengruppe 1

BE

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|0|1)$, $B(2|6|1)$, $C(-4|8|5)$ und $D(-6|2|5)$ gegeben. Sie liegen in einer Ebene E und bilden ein Viereck $ABCD$, dessen Diagonalen sich im Punkt M schneiden.

1 a) Begründen Sie, dass die Gerade AB parallel zur x_1x_2 -Ebene verläuft.

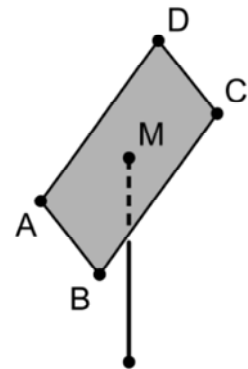
4 b) Weisen Sie nach, dass das Viereck $ABCD$ ein Rechteck ist. Bestimmen Sie die Koordinaten von M .

(Teilergebnis: $M(-2|4|3)$)

3 c) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

(mögliches Ergebnis: $E : 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 5 = 0$)

Ein Solarmodul wird an einem Metallrohr befestigt, das auf einer horizontalen Fläche senkrecht steht. Das Solarmodul wird modellhaft durch das Rechteck $ABCD$ dargestellt. Das Metallrohr lässt sich durch eine Strecke, der Befestigungspunkt am Solarmodul durch den Punkt M beschreiben (vgl. Abbildung). Die horizontale Fläche liegt im Modell in der x_1x_2 -Ebene des Koordinatensystems; eine Längeneinheit entspricht 0,8m in der Realität.



3 d) Um einen möglichst großen Energieertrag zu erzielen, sollte die Größe des Neigungswinkels φ des Solarmoduls gegenüber der Horizontalen zwischen 30° und 36° liegen. Prüfen Sie, ob diese Bedingung erfüllt ist.

5 e) Auf das Solarmodul fällt Sonnenlicht, das im Modell durch parallele Geraden dargestellt wird, die senkrecht zur Ebene E verlaufen. Das Solarmodul erzeugt auf der horizontalen Fläche einen rechteckigen Schatten. Zeigen Sie unter Verwendung einer geeignet beschrifteten Skizze, dass der Flächeninhalt des Schattens mithilfe des Terms $|\vec{AB}| \cdot \frac{|\vec{AD}|}{\cos \varphi} \cdot (0,8\text{m})^2$ berechnet werden kann.

(Fortsetzung nächste Seite)

4

- f) Um die Sonneneinstrahlung im Laufe des Tages möglichst effektiv zur Energiegewinnung nutzen zu können, lässt sich das Metallrohr mit dem Solarmodul um die Längsachse des Rohrs drehen. Die Größe des Neigungswinkels φ gegenüber der Horizontalen bleibt dabei unverändert. Betrachtet wird der Eckpunkt des Solarmoduls, der im Modell durch den Punkt A dargestellt wird. Berechnen Sie den Radius des Kreises, auf dem sich dieser Eckpunkt des Solarmoduls bei der Drehung des Metallrohrs bewegt, auf Zentimeter genau.

20

Geometrie

Aufgabengruppe 2

BE

Ein geschlossenes Zelt, das auf horizontalem Untergrund steht, hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die von der Zeltspitze ausgehenden Seitenkanten werden durch vier gleich lange Stangen gebildet. Das Zelt ist 6m hoch, die Seitenlänge des Zeltbodens beträgt 5m. Das Zelt wird in einem kartesischen Koordinatensystem (vgl. Abbildung 1) modellhaft durch eine Pyramide ABCDS mit der Spitze $S(2,5 | 2,5 | 6)$ dargestellt. Der Punkt A liegt im Koordinatenursprung, C hat die Koordinaten $(5 | 5 | 0)$. Der Punkt B liegt auf der x_1 -Achse, D auf der x_2 -Achse. Das Dreieck CDS liegt in der Ebene $E : 12x_2 + 5x_3 = 60$. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

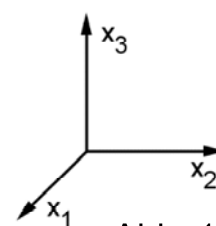


Abb. 1

- 3 a) Geben Sie die Koordinaten der Punkte B und D an und zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem ein.
- 3 b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene F, in der das Dreieck DAS liegt, in Normalenform.
(mögliches Ergebnis: $F : 12x_1 - 5x_3 = 0$)
- 3 c) Jeweils zwei benachbarte Zeltwände schließen im Inneren des Zelts einen stumpfen Winkel ein. Ermitteln Sie die Größe dieses Winkels.
- 4 d) Im Zelt ist eine Lichtquelle so aufgehängt, dass sie von jeder der vier Wände einen Abstand von 50cm hat. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts, der im Modell die Lichtquelle darstellt.
- 2 e) Bestimmen Sie eine Gleichung der Symmetrieachse g des Dreiecks CDS.
- 5 f) Ein Teil der Zeltwand, die im Modell durch das Dreieck CDS dargestellt wird, kann mithilfe zweier vertikal stehender Stangen der Länge 1,80m zu einem horizontalen Vordach aufgespannt werden (vgl. Abbildung 2). Die dadurch entstehende 1,40m breite Öffnung in der Zeltwand wird im Modell durch ein Rechteck dargestellt, das symmetrisch zu g liegt. Dabei liegt eine Seite dieses Rechtecks auf der Strecke [CD]. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vordachs.

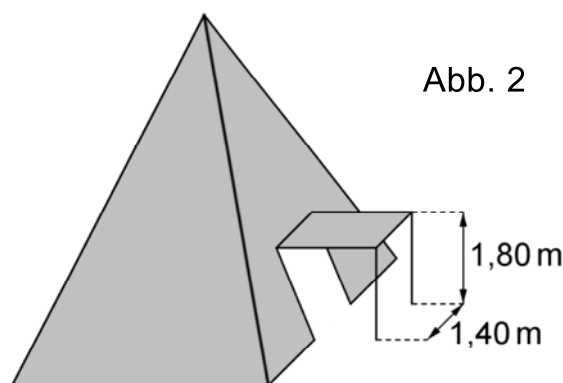


Abb. 2