Analysis

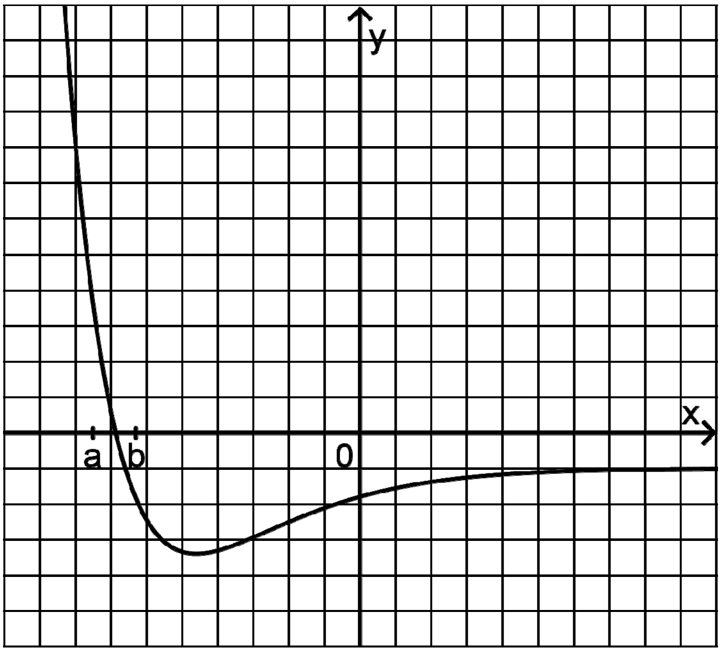
Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE	
5	**1** Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{x}{\ln x}$ mit Definitionsmenge $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$. Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts des Graphen von f.
	2 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = e^x \cdot (2x + x^2)$.
2	**a)** Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f.
3	**b)** Zeigen Sie, dass die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion F mit $F(x) = x^2 \cdot e^x$ eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Stammfunktion G von f an, für die $G(1) = 2e$ gilt.
	3 Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $g_{a,c}: x \mapsto \sin(ax) + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}_0^+$.
3	**a)** Geben Sie für jede der beiden folgenden Eigenschaften einen möglichen Wert für a und einen möglichen Wert für c so an, dass die zugehörige Funktion $g_{a,c}$ diese Eigenschaft besitzt.
	α) Die Funktion $g_{a,c}$ hat die Wertemenge $[0;2]$.
	β) Die Funktion $g_{a,c}$ hat im Intervall $[0;\pi]$ genau drei Nullstellen.
2	**b)** Ermitteln Sie in Abhängigkeit von a, welche Werte die Ableitung von $g_{a,c}$ annehmen kann.

(Fortsetzung nächste Seite)

4 Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.



2 **a)** Beschreiben Sie für $a \leq x \leq b$ den Verlauf des Graphen einer Stammfunktion von f.

3 **b)** Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen einer Stammfunktion von f im gesamten dargestellten Bereich.

20

Analysis

Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Geben Sie jeweils den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten periodischen Funktion an, die die angegebene Eigenschaft hat.

1 **a)** Der Graph der Funktion g geht aus dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $x \mapsto \sin x$ durch Spiegelung an der y-Achse hervor.

1 **b)** Die Funktion h hat den Wertebereich $[1;3]$.

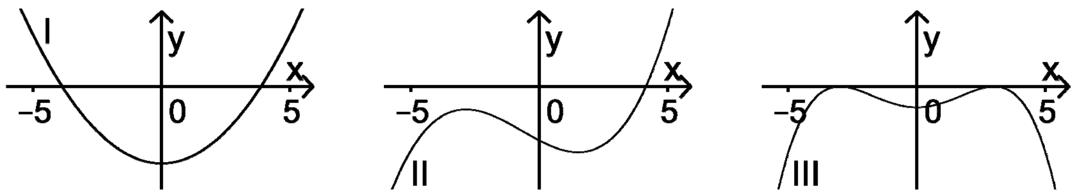
1 **c)** Die Funktion k besitzt die Periode π.

2 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = e^x \cdot (2x + x^2)$.

2 **a)** Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f.

3 **b)** Zeigen Sie, dass die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion F mit $F(x) = x^2 \cdot e^x$ eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Stammfunktion G von f an, für die $G(1) = 2e$ gilt.

2 **3** Der Graph einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $g : x \mapsto g(x)$ besitzt für $-5 \le x \le 5$ zwei Wendepunkte. Entscheiden Sie, welcher der Graphen I, II und III zur zweiten Ableitungsfunktion g'' von g gehört. Begründen Sie Ihre Entscheidung.



5 **4** In einem Koordinatensystem (vgl. Abbildung 1) werden alle Rechtecke betrachtet, die folgende Bedingungen erfüllen:

- Zwei Seiten liegen auf den Koordinatenachsen.
- Ein Eckpunkt liegt auf dem Graphen G_f der Funktion $f : x \mapsto -\ln x$ mit $0 < x < 1$.

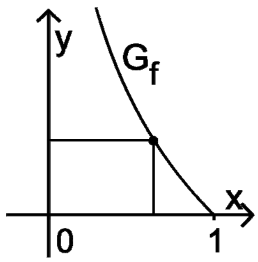


Abbildung 1 zeigt ein solches Rechteck.

Abb. 1

Unter den betrachteten Rechtecken gibt es eines mit größtem Flächeninhalt. Berechnen Sie die Seitenlängen dieses Rechtecks.

(Fortsetzung nächste Seite)

5 Abbildung 2 zeigt den Graphen einer Funktion f.

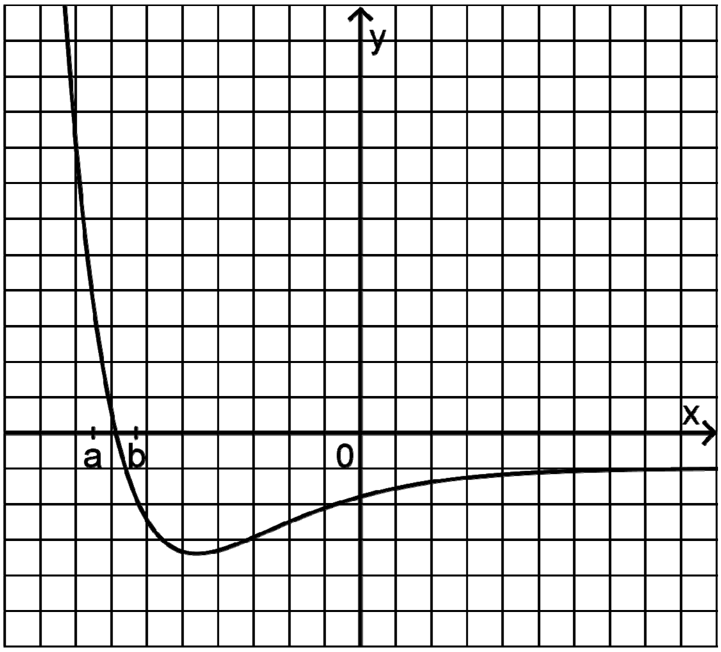


Abb. 2

2 **a)** Beschreiben Sie für $a \leq x \leq b$ den Verlauf des Graphen einer Stammfunktion von f.

3 **b)** Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen einer Stammfunktion von f im gesamten dargestellten Bereich.

20