

Analysis

Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto (x^3 - 8) \cdot (2 + \ln x)$ mit maximalem Definitionsbereich D.

- 1 **a)** Geben Sie D an.
- 2 **b)** Bestimmen Sie die Nullstellen von f.

2 Gegeben sind die in \mathbb{R} definierten Funktionen f, g und h mit $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = x^3 - x + 1$ und $h(x) = x^4 + x^2 + 1$.

- 3 **a)** Abbildung 1 zeigt den Graphen einer der drei Funktionen. Geben Sie an, um welche Funktion es sich handelt. Begründen Sie, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.

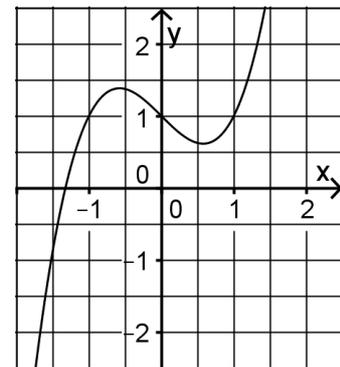


Abb. 1

- 2 **b)** Die erste Ableitungsfunktion von h ist h'.
Bestimmen Sie den Wert von $\int_0^1 h'(x) dx$.

3 a) Geben Sie einen positiven Wert für den Parameter a an, sodass die in \mathbb{R} definierte Funktion $f : x \mapsto \sin(ax)$ eine Nullstelle in $x = \frac{\pi}{6}$ hat.

b) Ermitteln Sie den Wert des Parameters b, sodass die Funktion $g : x \mapsto \sqrt{x^2 - b}$ den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus]-2; 2[$ besitzt.

c) Erläutern Sie, dass die in \mathbb{R} definierte Funktion $h : x \mapsto 4 - e^x$ den Wertebereich $] -\infty; 4[$ besitzt.

4 Abbildung 2 zeigt den Graphen einer in \mathbb{R} definierten differenzierbaren Funktion $g : x \mapsto g(x)$. Mithilfe des Newton-Verfahrens soll ein Näherungswert für die Nullstelle a von g ermittelt werden. Begründen Sie, dass weder die x-Koordinate des Hochpunkts H noch die x-Koordinate des Tiefpunkts T als Startwert des Newton-Verfahrens gewählt werden kann.

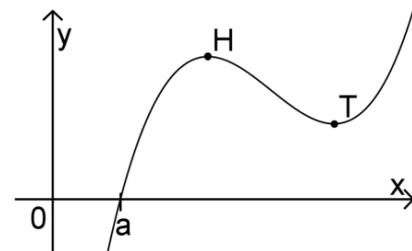


Abb. 2

(Fortsetzung nächste Seite)

5 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ und $x \in \mathbb{R}$.

3 a) Weisen Sie nach, dass der Wendepunkt des Graphen von f auf der Geraden mit der Gleichung $y = x - 2$ liegt.

2 b) Der Graph von f wird verschoben. Der Punkt $(2|0)$ des Graphen der Funktion f besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten $(3|2)$. Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion h . Geben Sie eine Gleichung von h an.

20

Analysis

Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

- 1** Gegeben ist die Funktion $g : x \mapsto \ln(2x + 3)$ mit maximaler Definitionsmenge D und Wertemenge W . Der Graph von g wird mit G_g bezeichnet.
- 2** **a)** Geben Sie D und W an.
- 4** **b)** Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an G_g im Schnittpunkt von G_g mit der x -Achse.
- 2** Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ und $x \in \mathbb{R}$.
- 3** **a)** Weisen Sie nach, dass der Wendepunkt des Graphen von f auf der Geraden mit der Gleichung $y = x - 2$ liegt.
- 2** **b)** Der Graph von f wird verschoben. Der Punkt $(2 | 0)$ des Graphen der Funktion f besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten $(3 | 2)$. Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion h . Geben Sie eine Gleichung von h an.
- 3** Geben Sie jeweils den Term einer Funktion an, die die angegebene(n) Eigenschaft(en) besitzt.
- 2** **a)** Die Funktion g hat die maximale Definitionsmenge $]-\infty; 5]$.
- 3** **b)** Die Funktion k hat in $x = 2$ eine Nullstelle und in $x = -3$ eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel. Der Graph von k hat die Gerade mit der Gleichung $y = 1$ als Asymptote.
- 4** **4** Gegeben ist die Schar der in \mathbb{R} definierten Funktionen $f_a : x \mapsto xe^{ax}$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ermitteln Sie, für welchen Wert von a die erste Ableitung von f_a an der Stelle $x = 2$ den Wert 0 besitzt.

20