

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder**
ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
ein computeralgebrafähiger Taschencomputer / Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Lineare Algebra / Analytische Geometrie**Aufgaben**

Ein alter Kirchturm (ähnlich dem Kirchturm in Unterloibach (Österreich), siehe nebenstehende Abbildung) hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche und einer aufgesetzten Pyramide. Die Spitze dieser Pyramide befindet sich senkrecht über dem Mittelpunkt ihrer Grundfläche.



http://de.wikipedia.org/wiki/Filialkirche_Unterloibach
(abgerufen am 30.05.2016).

- 1 Die Kanten der Grundfläche des betrachteten Kirchturms sind 6 m lang, die Höhe des Pyramidendachs beträgt ebenfalls 6 m. Insgesamt ist der Turm 18 m hoch.
 - 1.1 Zeichnen Sie den Kirchturm in das Koordinatensystem im Material und beschriften Sie die Zeichnung gemäß den folgenden Vorgaben:
Die Eckpunkte der Grundfläche des Kirchturms sollen mit A, B, C und D bezeichnet werden. Der Eckpunkt A liegt im Koordinatenursprung. Der Eckpunkt B soll auf der positiven x-Achse und der Eckpunkt D auf der positiven y-Achse liegen.
Die Eckpunkte des Bodens des Pyramidendachs sollen entsprechend mit E, F, G und H bezeichnet werden, wobei der Eckpunkt E über dem Eckpunkt A liegt. Die Spitze des Dachs liegt im Punkt $S(3|3|18)$.

Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte C und F des Turms an.

(4 BE)

- 1.2 Der Kirchturm soll saniert werden. Dazu wird unter anderem das Dach neu eingedeckt. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Dachfläche.

(3 BE)

2 Zur Stabilisierung des Dachs sollen im Dachraum zwei Stützbalken eingezogen werden, deren Dicke bei den folgenden Betrachtungen vernachlässigt wird.

2.1 Der erste Stützbalken soll die Mitte $M(3|0|12)$ der Dachbodenkante \overline{EF} mit der gegenüberliegenden Dachfläche mit den Eckpunkten $G(6|6|12)$, $H(0|6|12)$ und $S(3|3|18)$ verbinden und orthogonal zur Dachfläche GHS verlaufen.

2.1.1 Geben Sie eine Parameterform der Ebene E_{GHS} , in der die Dachfläche mit den Eckpunkten G, H und S liegt, an und bestimmen Sie eine zugehörige Koordinatengleichung.

[zur Kontrolle: Eine mögliche Koordinatengleichung lautet $E_{GHS}: 2y + z = 24$.]

(5 BE)

2.1.2 Erläutern Sie die Zeilen (1) bis (4) im nebenstehenden Kasten im Sachzusammenhang.

Geben Sie die fehlende Rechnung in Zeile (3) an und bestimmen Sie das Ergebnis in Zeile (4).

$$\begin{aligned} (1) \quad g: \vec{x} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ (2) \quad 4r + 12 + r &= 24 \Leftrightarrow r = \frac{12}{5} \\ (3) \quad \dots &\Rightarrow P \left(3 \left| \frac{24}{5} \right| \frac{72}{5} \right) \\ (4) \quad \left(\begin{array}{c} 0 \\ \frac{24}{5} \\ \frac{12}{5} \end{array} \right) &\approx \dots \end{aligned}$$

(8 BE)

2.2 Der zweite Stützbalken soll den Eckpunkt H des Bodens des Pyramidendachs mit der Dachkante \overline{FS} verbinden und orthogonal zur Dachkante \overline{FS} verlaufen.

Ein Richtungsvektor der Geraden k , auf der der zweite Stützbalken liegt, ist $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Prüfen Sie, ob sich die beiden Stützbalken schneiden.

(5 BE)

- 3 Zum jährlichen Kirchweihfest wird immer ein sogenannter Kirmesbaum aufgestellt, dessen unteres Ende im Punkt $Q(24|4|0)$ befestigt ist. In diesem Jahr ist der Kirmesbaum 10 m hoch.

Zu einem bestimmten Zeitpunkt fallen die Sonnenstrahlen in Richtung des Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

ein.

Begründen Sie, dass der Schattenpunkt der Kirmesbaumspitze zu diesem Zeitpunkt auf eine Seitenfläche des Turms trifft, und geben Sie die Eckpunkte dieser Seitenfläche sowie die Koordinaten des Schattenpunkts der Kirmesbaumspitze an.

(5 BE)

Material

