Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 240 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder** ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: ________________________	Vorname: ____________________
Prüferin/Prüfer: __________________	Datum: ______________________

Analysis

Aufgaben

Gegeben ist die Funktionenschar g_a mit $g_a(x) = \sqrt{a \cdot x \cdot e^{-x} + 0{,}1 \cdot a}$ $(a, x \in \mathbb{R};\ a > 0;\ x \geq -0{,}09)$.
Die Graphen aller Funktionen dieser Schar haben an der Stelle $x = 1$ einen Hochpunkt.

1.1 Bestätigen Sie durch eine Rechnung, dass für jede Funktion der Schar $x = 1$ eine Extremstelle ist.
Hinweis: Die Untersuchung der notwendigen Bedingung ist ausreichend.

(6 BE)

1.2 Berechnen Sie, für welchen Wert des Parameters a der Graph der zugehörigen Funktion der Schar durch den Punkt $H(1|a)$ verläuft.

(4 BE)

2 Bestimmen Sie die Asymptote der Graphen von g_a für $x \to \infty$.

(3 BE)

3 Zeigen Sie durch partielle Integration, dass $G_a(x) = a \cdot (-x-1) \cdot e^{-x} + 0{,}1 \cdot a \cdot x$ eine Stammfunktion von $\left(g_a(x)\right)^2$ ist.

(8 BE)

4 Alle Funktionen der Schar haben genau eine Nullstelle. Zeigen Sie unter Verwendung einer Rechnung, dass alle Funktionen der Schar die gleiche Nullstelle haben.
Hinweis: Die Nullstelle muss nicht ermittelt werden.

(4 BE)

5 Eine Firma möchte ein neues Likörglas ähnlich wie das in Material 1 dargestellte produzieren. Es soll einen massiven Stiel erhalten. In Material 2 ist die obere Hälfte der Querschnittsfläche des um 90° nach rechts gekippten Glases (ohne Stiel) abgebildet (1 LE entspricht 1 cm). Durch Rotation des Graphen von g_{20} um die x-Achse im Intervall $I = [-0{,}09\ ;\ 9]$ entsteht der Glaskörper des Likörglases. Die Dicke des Glases ist dabei nicht zu berücksichtigen.

5.1 Berechnen Sie das Volumen und den maximalen Umfang des Glaskörpers.

(7 BE)

5.2 Der Hersteller möchte auf dem Glas eine Markierung für die Mengenangabe „2 cl" ($20\ cm^3$) anbringen. Entwickeln Sie unter Angabe einer Stammfunktion einen rechnerischen Ansatz zur Ermittlung der Stelle, an der die Markierung angebracht werden muss. Das Ergebnis soll nicht ermittelt werden.

(3 BE)

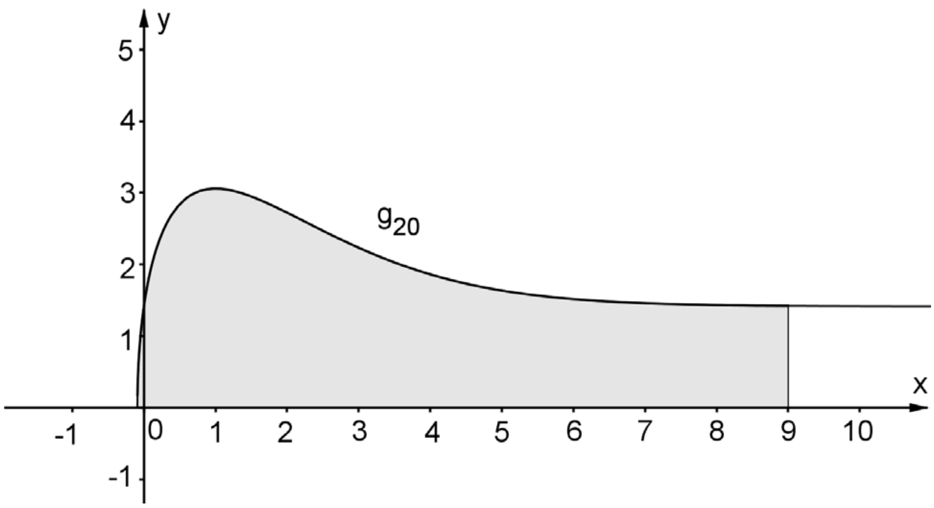
6 Betrachtet man die Flächen in Material 3, so ergibt sich für die graue Fläche $A_1 \approx 2{,}75\,\text{cm}^2$ und für die schraffierte Fläche $A_2 \approx 2{,}84\,\text{cm}^2$. Bei Rotation der Graphen der zugehörigen Randfunktionen g_{20} und f in den entsprechenden Intervallen um die x-Achse erhält man für die Volumina der zugehörigen Rotationskörper $V_1 \approx 23{,}18\,\text{cm}^3 > V_2 \approx 18{,}22\,\text{cm}^3$, obwohl $A_1 < A_2$ gilt.
Erklären Sie dieses Phänomen.

(5 BE)

Material 1

http://www.swedencrystal.se/shop/32523/art23/h6278/14266278-origpic-ea5c54.jpg (abgerufen am 27.8.2016).

Material 2



Material 3