Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 240 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder**
   ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
   ein computeralgebrafähiger Taschencomputer / Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: ______________________	Vorname: ______________________
Prüferin/Prüfer: ______________________	Datum: ______________________

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

Aufgaben

Eine Radarstation überwacht die Bewegung eines Flugzeugs. Die Bewegung kann modellhaft in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt werden, dessen x-y-Ebene die Horizontale beschreibt; eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer in der Realität. Der Standort der Radarstation wird durch den Punkt $R(18|0|-1)$ beschrieben.
Zu Beginn der Beobachtung um 14.00 Uhr wird die Position des Flugzeugs durch den Punkt $A(0|0|0)$ beschrieben. Anschließend bewegt sich das Flugzeug im Modell entlang einer Geraden durch den Punkt $B(8|4|1)$, der die Position um 14.02 Uhr darstellt. Ab 14.14 Uhr fliegt das Flugzeug in gleicher Himmelsrichtung horizontal weiter; im Modell bleibt es dabei in der Ebene, die die Punkte A und B enthält und zur x-y-Ebene senkrecht steht. Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass das Flugzeug von 14.00 Uhr bis 14.14 Uhr mit konstanter Geschwindigkeit fliegt.

1.1 Berechnen Sie für die Zeit bis 14.14 Uhr den Steigungswinkel der Flugbahn gegenüber der Horizontalen. Geben Sie die Koordinaten des Punktes an, der die Position des Flugzeugs um 14.10 Uhr darstellt.

(4 BE)

1.2 Die Abbildung im Material zeigt schematisch die Flugbahn des Flugzeugs sowie die Horizontale. Skizzieren Sie die Positionen des Flugzeugs zu den Zeitpunkten 14.02 Uhr und 14.10 Uhr in das Material.

(2 BE)

1.3 Ermitteln Sie für die Zeit bis 14.14 Uhr die Geschwindigkeit des Flugzeugs in Kilometer pro Stunde.

(2 BE)

1.4 Geben Sie eine Gleichung der Strecke an, die die Flugbahn von 14.00 Uhr bis 14.14 Uhr beschreibt.

(2 BE)

2 Zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen 14.00 Uhr und 14.14 Uhr ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten. Die bis dahin seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit soll in Minuten bestimmt werden. Dafür werden zwei verschiedene Lösungsansätze I und II betrachtet:

$$\text{I}: \quad d(t) = \left| \begin{pmatrix} 18-8t \\ -4t \\ -1-t \end{pmatrix} \right| = \sqrt{81t^2 - 286t + 325}$$

$$d'(t) = 0$$

$$\text{II}: \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 18-8t \\ -4t \\ -1-t \end{pmatrix} = 0$$

2.1 Erläutern Sie die beiden Lösungsansätze im Sachzusammenhang.

(4 BE)

2.2 Berechnen Sie die geringste Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation, indem Sie einen der beiden Ansätze bis zur Lösung fortsetzen.

(4 BE)

3 Ist das Flugzeug mehr als 70 km von der Radarstation entfernt, so kann es von dieser nicht mehr erfasst werden. Die Position, an der das Flugzeug nach 14.14 Uhr den Erfassungsbereich der Radarstation verlässt, wird im Modell durch einen Punkt dargestellt.
Entwickeln Sie einen rechnerischen Ansatz zur Ermittlung der Koordinaten dieses Punkts.

(4 BE)

4 Das Flugzeug überfliegt eine geneigte Hangfläche, die in der Ebene E mit E: $-x + 25z = 0$ liegt. Durch das Sonnenlicht wirft das Flugzeug um 14.02 Uhr einen Schatten auf die Hangfläche. Diese Parallelprojektion wird durch folgende Matrix beschrieben:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{75} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{25} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.1 Berechnen Sie mithilfe der Matrix P den Schattenpunkt des Flugzeuges um 14.02 Uhr.

(3 BE)

4.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Ebene E die Fixpunktmenge der durch die Matrix P beschriebenen Abbildung ist.

(5 BE)

Material